

Pre-print (German version) of ongoing work with Günter Törner
A shorter English version appeared as

Törner, Günter & Sriraman, Bharath. (2005). Issues and tendencies in German Mathematics Didactics: An epochal perspective. In H. Chick & J.L. Vincent (Eds). *Proceedings of the 29th Annual meeting of the International Group of Psychology of Mathematics Education*. Melbourne, Australia, vol.1, pp. 197-202.

Issues and Tendencies in German Mathematics Didactics from a long-term Perspective

Günter Törner
Duisburg-Essen Universität

Bharath Sriraman
The University of Montana

Es ist ein positives Zeichen einer globalisierenden Diskussion der Mathematikdidaktikforschung im Nachgang zu TIMSS und PISA, dass die jeweiligen länderspezifischen Entwicklungen zusehends vor dem Hintergrund von Trends anderswo reflektiert werden (vgl. English et al., 2002; Schoenfeld, 1999, 2002). Es ist allerdings nicht zu ignorieren, dass die Sprachbarrieren verstärkte länderübergreifende Erörterungen erschwert und so bleiben deutsch-sprachige Quellen, die als Literaturverzeichnis mühelos diese 5 Seiten füllen würden, anderen Forschern weitgehend verschlossen. (vgl. zugängliche Ausarbeitungen im Internet [1], aber auch interessante Reflexionen wie Hefendehl et al., 2004; Vollrath et al., 2004). Daher sollen hier wenige grosse Linien der mathematikdidaktischen Diskussion im Verlaufe von mehr als hundert Jahren in Deutschland stichpunktartig skizziert werden .

1. Die terminologischen Unschärfen und Vorbemerkungen: Die englische Überschrift referiert auf den in Deutschland gebräuchlichen Term ‚Mathematikdidaktik‘. As it is well known, there is no really comprehensive English equivalent for the German term "Mathematikdidaktik". Neither "didactics" nor "math-education" describes the full flavour and historically developed German word. Und schließlich ist das Adjektiv ‚German‘ ebenfalls nicht präzise. So haben nach dem zweiten Weltkrieg durch die Teilung Deutschlands die späteren Staaten BRD und DDR bis zur Wiedervereinigung in 1990 eine unterschiedliche Entwicklung genommen haben – mit allen Konsequenzen für die jeweiligen Schulsysteme und den Prioritäten der Forschung an den jeweiligen Universitäten. Im aktuellen Deutschland besitzen die 16 Bundesländer die Bildungshoheit, was zu einer großen Heterogenität in der Landschaft der Mathematikunterrichte und Schulformen geführt hat und sich selbst signifikant in den

TIMSS- und PISA-Resultaten widerspiegelt; insofern muss unsere Bestandsaufnahme eher eine *makroskopische* bleiben (in broad-brush terms?). Auch differenzieren wir nicht immer explizit zwischen der Mathematikdidaktik an den Hochschulen und den Aspekte des schulischen Mathematikunterrichts, wiewohl die Frage nach wechselseitigen Abhängigkeiten ein hoch interessantes Forschungsproblem darstellt, weil dahinter die Wirksamkeit von educational research ins Blickfeld kommt (vgl. zum Beispiel Burkhardt & Schoenfeld, 2003).

2. Die pädagogische Tradition des Mathematikunterrichts - Mathematik als Bildungsgut: Die Reflexion von mathematischen Lehr- und Lernprozessen hat in Deutschland eine lange Tradition und Vertreter mit noch bis heute klingenden Namen. Bezeichnete man entsprechende ‚Methodiker‘ wie etwa Adam Riese als Rechenmeister, für die handhabbare Kalküle im Vordergrund standen, so betteten die (deutschen) Pädagogikklassiker (im 19. Jahrhundert) wie etwa Johann Friedrich Herbart (1776-1841), Hugo Gaudig (1860-1923), Georg Kerschensteiner (1854-1932) die Reflexionen des Mathematikunterrichts in eine allgemeine Pädagogik ein (vgl. Jahnke, 1990; Führer, 1997; Huster, 1981). Diese Einflüsse sind noch bis heute in der Didaktik des Mathematikunterrichts der Grundschule aufspürbar sind, für die Mathematik der Secondary School (insbesondere der sogenannten Gymnasien) ist die Prägung durch die Fachwissenschaft lange Zeit dominant gewesen, bis sich Ende der 60er Jahre die mathematikdidaktische Forschung als eher ganzheitlich zu verstehen beginnt.

3. Die fachmathematische Tradition der Didaktikforschung (20. Jahrhundert). Sieht man von Hans Freudenthal (1905 - ab, so hat sich kein anderer Mathematiker intensiver mit inhaltlichen, methodischen und schulorganisatorischen Problemen des mathematischen Unterrichts beschäftigt als Felix Klein (1849 - 1925), dessen Einflüsse bis heute noch nachwirken. Gerade in diesem Jahr wird in mehreren Veranstaltungen an das vor 100 Jahren verabschiedete sog. Meraner Programm erinnert, dessen Leitgedanken mit den Schlagworten ‚funktionales Denken‘, Funktionsdenken und Entfaltung des Funktionsbegriffs als Konzentrationsprinzip in Algebra und Geometrie belegt werden kann. Explizit findet auch die psychologische Entwicklung des Schülers Erwähnung, der durch das propädeutische Prinzip Rechnung zu tragen ist: So schreitet man erst allmählich zu immer größerer Strenge fort (vgl. Behnke, 1950). Diese Positionen haben über Deutschland hinaus international Mathematiklehrpläne des 20. Jahrhunderts geprägt und insbesondere in Deutschland u.a. Analysis als obligatorischem Unterrichtsinhalt der Oberstufe den Weg bereitet. Beachtlich ist, dass diese Erörterungen in einen internationalen Kontext, der Internationalen Mathematikunterrichtskommission (IMUK) eingebettet wurden, deren erster Präsident Felix Klein wurde. Die erstmals 1908 erschienenen und noch heute aufgelegten und lesenswerten Bücher ‚Elementarmathematik vom höheren Standpunkt‘ machen Paradigma des

Klein'schen Bildes von Schulmathematik deutlich: *Wissenschaftliches Fundieren des mathematischen Schulstoffs* und *Zugänglichmachen durch Elementarisieren*. Diese anspruchsvollen didaktischen Grundsätze bedürfen dann in naheliegender Weise einer methodischen Unterstützung (vgl. das Basiswerk Lietzmann's (1919) mit vielen veränderten Nachfolgeauflagen bis hin zum Ende der 70er Jahre des letzten Jahrhunderts). For much of the century, the focus of research in mathematical thinking and learning had been on *knowledge*, a body of facts and procedures to be mastered, weswegen sich auch die verengende Bezeichnung ‚Stoffdidaktik‘ eingebürgert hat. Ohne die Grundintention in Zweifel zu ziehen, versucht Reichel (1995) die Multidimensionalität dieses Ansatzes zu rechtfertigen. In diesem Zusammenhang wird oft das Bild des Fachdidaktikers prototypisch als des eines Mittlers gezeichnet, der neben seiner Lehrtätigkeit (in der Lehrerbildung) günstigerweise ein kleines *mathematisches* ‚Gärtchen‘ pflegen sollte. Ungeachtet einer kritischen Grundhaltung kann nicht übersehen werden, dass in den letzten 100 Jahren eine sehr reichhaltige (fast ausschließlich deutsch-sprachige) Fachliteratur entstanden, deren Schwerpunkte fachorientierte didaktische Analysen (content analysis), Ausarbeitungen mathematischer Hintergrundtheorien für bestimmte Unterrichtsentwürfe und methodische Entwicklungen entstanden ist (vgl. Steiner, 1982). Die Zahl solcher Arbeiten nimmt aber zusehends ab.

4. *Genetischer Mathematikunterricht - visionäre Brückenschläge, die nie wirklich Alltag wurden (1960 - 1990)*. Dass im Schulalltag die fachmathematische Didaktik schnell Gefahr läuft, zur ‚Aufgabendidaktik‘ zu verkommen, ist leider an vielen Stellen dargelegt worden (vgl. Lenné, 1969). Um dieser Gefahr vorzubeugen, muss insbesondere der Genese mathematischer Objekte und Konzepte eine zentrale Rolle zugewiesen werden. Stellvertretend sei hier die durch die drei Schlagworte *Genetisch-Exemplarisch-Sokratisch* gekennzeichnete Wagenschein'sche Didaktik zu erwähnen, die einerseits stark rezipiert, jedoch andererseits kaum nachhaltig realisiert wurde. Bis hin in die 90er Jahre ist das Wort ‚genetisch‘ das am meisten missbrauchte Wort in didaktischen Veröffentlichungen, heute möglicherweise abgelöst durch die Worthülse ‚konstruktivistisch‘.

5. *Die Neue Mathematik (1960 - 1975)*. Auf den ersten Blick sind die Reformbemühungen der Neuen Mathematik durchaus konform zur Klein'schen Konzeption, mithin ist ein Update des Mathematikunterrichts von Zeit zu Zeit mit Blick auf die Entwicklungen der Fachwissenschaft selbstverständlich. Dass diese Reform jedoch eine Eigendynamik genommen hat und zu einer Polarisierung der Wissenschaftler geführt hat, belegt die sehr ausführliche Diskussion in deutschen Zeitschriften. Schulorganisatorische Veränderungen in dieser Zeit haben weit über den eigentlichen Zeitraum hinaus die Situation des Mathematikunterrichts beeinflusst.

6. *Die ‚Geburt‘ der Fachdidaktik (1975)*. Ungeachtet der in der Regel kritischen Reflexion der Neuen Mathematik muss positiv gesehen werden, dass die Diskussion zu einer vorläufigen Identitätsfindung der Fachdidaktik geführt, die auch als Emanzipation gegenüber dem Fach verstanden werden. Unmittelbaren Ausdruck fand dieser Prozess in der Gründung der Gesellschaft der Didaktik der Mathematik (GDM); diese Konstituierung einer Gesellschaft unterstützte auch ein ganzheitliche Betrachtung der mathematischen Lehr- und Lernprozessen, nicht mehr wie vorher mit einer säuberlich Trennung in gymnasiale und Primarstufenmathematik. Es würde zu weit führen wenn wir hier die umfassende und kontroverse Diskussion in Deutschland, was Fachdidaktik der Mathematik sei, referieren wollten. (vgl. Bigalke, 1974; Dress, 1974; Freudenthal, 1974; Griesel, 1974, Laugwitz, 1974; Leuders, 2003; Otte, 1974; Tietz, 1974 Wittmann, 1974; 1992) Diese Positionen differenzieren sich allerdings auch weiterhin noch vor dem Blickwinkel der jeweiligen Schulform.

7. *Mathematikunterricht – als sozialer und individueller Prozess (1980 – bis heute)*: Die Fortschritte in den Bildungswissenschaften und die zunehmende interdisziplinäre Wahrnehmung der diversen Bezugswissenschaften ebneten das Feld für ein (auch) soziokulturelles Verständnis von Mathematikunterricht, die ‚cognitive revolution‘ führte zu einem partiellen Paradigmenwechsel in den mathematikdidaktischen Unterrichtsanalysen, obgleich die unmittelbare Umsetzung der Einsichten im Schulalltag eher marginal blieb. Hier ist insbesondere Bauersfeld’s (1988, 1995) Konzept der subjektive Erfahrungsbereiche zu erwähnen.

8. *Die Orientierungskrise – die Rettung durch die Medien (1975 – bis heute)*. Die im Titel der Weigand-Arbeit (1995) aufgeworfene Frage nach einer Krise des Mathematikunterrichts ist eigentlich nur rhetorisch gemeint und dennoch gibt diese Aussage wie auch die darin erwähnten Belege den wenig erfreulichen Diskussionsstand rund um den Mathematikunterricht wieder. Zahlreiche veränderte Randbedingungen drängen auf eine Neubesinnung der Inhalte und Ziele des Mathematikunterrichts. Durch die ‚cognitive revolution‘ ist die Fachdidaktik selbst noch in einem Findungsprozess begriffen, so dass hier überzeugende Antworten ausbleiben. Die technologischen Entwicklungen schaffen hier kurzfristig und vielfach nur oberflächlich Entlastung. Unstrittig ist, dass Technologie eines der bisherigen Defizite darstellt, inwieweit jedoch darin der Schlüssel für eine Renaissance des Mathematikunterrichts liegt, der die Forschung dann zwangsläufig nachzugehen hat, ist fraglich; die Implikationen eines Re-defining von mathematics teaching, die Noss / Hoyles (1995) sind noch ausdiskutiert.

9. TIMMS und PISA – die Ernüchterung (1997 – bis heute). In Deutschland wird der in 8. beschriebene Prozess schlagartig überlagert durch die unterschätzten Wirkungen und fehleingeschätzten Ergebnisse der TIMSS-

Untersuchungen. Urplötzlich wird Mathematikausbildung gesellschaftliches TOP-Thema. Die Bildungswissenschaften nutzen die Chance des Augenblicks, überfällige Fragen zu stellen, die in der bisherigen mathematikdidaktischen Forschungen kaum Interesse fanden; auch bereichern sie die Diskussion mit Konzepten und insbesondere mit empirischen Analysen, für die die klassische Mathematikdidaktik bislang keine Kompetenz aufgebaut hatte. In den staatlich initierten Projekten über die Bildungswissenschaftler weitgehend die Führung, den Mathematikdidaktikern kommt er eine Beraterrolle zu; die Fachwissenschaftler als solche bleiben weitgehend außen vor.

In bisherigen Ausführungen haben wir unsere Darlegung stark an der Zeitachse orientiert und Tendenzen in der Mathematik als eine zeitliche Folge von Epochen beschrieben. Alternativ erscheint auch eine Beschreibung von Handlungsfeldern und die dahinter stehenden Dynamiken aufschlussreich (vgl. English, 2002). Natürlich versteht es sich, dass die Schwerpunkte der fachdidaktischen Diskussion in der Regel vielschichtig sind, sich parallel unterschiedlich intensiv in der Rezeption entwickeln, überlagern, aufsteigen und auch wieder abebben. Und doch scheint es in Abhängigkeit von den Zeitepochen unterschiedlich starke Akzentuierungen zu geben. Da die Zahl der zentralen Themenfelder begrenzt ist (vgl. z.B. Bauersfeld (1995)), ist es nicht ausgeschlossen, dass es über größere Zeiträume hinweg vielleicht auch Wiederholungen, ja auch Wiederentdeckungen von Themenstellungen gibt.

10. *Eine faktoren-analytische Sicht.* Gestehen wir uns eine solche vergrößernde, distanzierte Sicht auf die Mathematikdidaktik zu, so kennzeichnete die ‚Neue Mathematik‘ in den 60er Jahren eine ‚Modernisierung‘ der Mathematikgrundlagen des Schulunterrichts, betonte also das Fach **Mathematik** und war damit nach wie bei der Stoffdidaktik der ersten Hälfte des Jahrhunderts. Die ernüchternden Ergebnisse dieser Epoche führten zu einer Fokussierung auf den **Schüler**, verkürzend vielleicht als Epoche der **socialcultural mathematics** zu bezeichnen (70iger Jahre). Unabhängig von der eher zweispältigen, verzögerten oder skeptischen Rezeption dieser Sichtweise, eröffnete sich Mitte der 70er Jahre ein neues Aktionsfeld, nämlich der Einzug der **Technologie**, von **Maschinen** und **Medien** in den Mathematikunterricht. Möglicherweise minderte die Beschäftigung sowohl in der Forschung als auch in der Praxis eine **Orientierungskrise des Mathematikunterrichts**, für die insbesondere die zunehmende Ritualisierung der Kurvendiskussionen in der Analysis symptomatisch war / ist und die Mathematik – auf einer höheren Ebene - zu einem mechanistisch Rechenhaften verkommen lässt. Damit stellte sich massiv die Zielsetzungsfrage des Mathematikunterrichts, die insbesondere in der Diskussion der Heymann-Thesen gipfelte. Auch diese Epoche wurde eher abrupt durch die **Assessment-Debatte** abgelöst, die durch die ernüchternden Ergebnisse bei den TIMSS-Erhebungen ausgelöst wurden und durch die

Resultate der PISA-Untersuchungen bestärkt wurden. Waren die TIMSS-Aufgaben eher neutrale Bestandserhebungen, so zeugen die PISA-Fragestellungen von einer spezifischen Philosophie eines Mathematikunterrichts, die der ‚realistic mathematics education‘(RME)-Auffassung, letztlich auf Freudenthal zurückgehend, nahe steht. Diese nicht unstrittige Parteilichkeit des hinter PISA stehenden Konzeptes ermöglicht aber auch eine Wiederaufnahme der unterbrochenen Diskussion der 90er Jahre; ernüchternd muss man allerdings feststellen, dass die **Reduktion dieser Diskussion auf die Frage nach der Definition von nachprüfbaren Standards** an die Lernzielkataloge der 60er Jahre erinnert. Doch wie wird es weiter gehen? Die Indizien der Diskussionen sind nicht eindeutig. Eigentlich könnte man sich vorstellen, dass die **Lehrer/innen**, also die Vermittler von Mathematik besondere Aufmerksamkeit verdienen und die aufkeimende Diskussion über Lehrerbildung könnte dies unterstreichen. Es ist aber auch nicht ausgeschlossen, dass als Konsequenz aus den PISA-Diskussionen, ganz im Sinne des RME-Ansatzes und in Ernüchterung des Erfolgs von konstruktivistischen Herangehensweisen, **Mathematik** (als Unterrichtsinhalt) wieder in den Fokus geriete, womit sich der erwähnte Kreis schließen würde. Schoenfeld hingegen wünschte sich eine Versöhnung von cognitive und social-Aspekten, insbesondere unter bewußter Berücksichtigung der **neuronalen Hardware**. Dass Lernen auch auf einer neuronalen Ebene abläuft, dass Konzepte und Definitionen, Prozesse und Arbeitsvorgänge mit Aktivierungsprozessen im Gehirn mit klar definierten Restriktionen repräsentiert werden müssen und didaktisch Äquivalentes keinesfalls ‚neuronal‘ äquivalent sein muss, ist derzeit noch außerhalb des Fokus der Mathematikdidaktik.

References

[ICM] <http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/history/meg/index.html>

- Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction, and knowledge: alternative perspectives for mathematics education. In D.A. Grouws, T.J. Cooney & D. Jones (Eds.), *Perspectives on research on effective mathematics teaching* (pp. 27 - 46). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Bauersfeld, H. (1995). Theorien im Mathematikunterricht. *Mathematica Didactica* **18** (2), 3--19.
- Behnke, Heinrich. (1953). Der mathematische Unterricht und die Schulreformen. *Math. Phys. Semesterberichte* **3**, 1 - 15.
- Behnke, Heinrich. (1961). Felix Klein und die heutige Mathematik. *Math. Phys. Semesterberichte* **7**, 129 - 144.
- Burkhardt, H.; Schoenfeld, A. (2003). Improving Educational Research: Toward a more useful, more influential, better-funded enterprise. *Educational Researcher* **32** (9), 3--14.
- English, L.D. (2002). Priority themes and issues in international research in mathematics education. In English, L.D. (Ed.). (2002). *Handbook of international research in mathematics education*. (p. 3 - 15). Lawrence Erlbaum Associates: Mahwah, NJ.

- English, L.D. et al. (2002). Further issues and directions in international mathematics education research. In English, L.D. (Ed.). (2002). *Handbook of international research in mathematics education*. (p. 787 - 812). Lawrence Erlbaum Associates: Mahwah, NJ.
- Führer, L. (1997). *Pädagogik des Mathematikunterrichts*. Wiesbaden: Vieweg.
- Freudenthal, Hans. (1978). *Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht*. München: Oldenbourg.
- Hefendehl-Hebeker, L.; Hasemann, K.; Weigang, H.-G. (2004). 25 Jahre Journal für Mathematik-Didaktik aus der Sicht der amtierenden Herausgeber. *Journal für Mathematikdidaktik* **25** (3/4), 191--197.
- Huster, L. (1981). *Dokumentation zur Entwicklung der Mathematik-Didaktik im 19. Jahrhundert; Ergebnisse der Pilotphase zum KID-Projekt; Heft 14*. Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik.
- Jahnke, H. N. (1990). *Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Lenné, H. (1975). *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland*. Stuttgart: Klett.
- Lietzmann, W. (1919). *Methodik des mathematischen Unterrichts*. 1. Teil. Leipzig: Quelle & Meyer.
- Lietzmann, W. (1950). Felix Klein und die Schulreform. *Math. Phys. Semesterberichte* **1**(3), 213 - 219.
- Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Reichel, H.-Chr. (1995). Hat die Stoffdidaktik Zukunft? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* **27** (6), 178 - 187.
- Schoenfeld, A. (1999). Looking toward the 21st century: Challenges of educational theory and practice. *Educational Researcher* **28** (7), 4 - 14.
- Schoenfeld, A.H. (2002). Research methods in (mathematics) education. In English, L.D. (Ed.). (2002). *Handbook of international research in mathematics education*. (p. 435 - 487). Lawrence Erlbaum Associates: Mahwah, NJ.
- Steiner, H.-G. (1982). Eine Entgegnung zu Herbert Zeitlers "Gedanken zur Mathematik". *Didaktik der Mathematik* **10** (3), 233-246.
- Vollrath, H.-J.; Fischer, R.; Kirsch, A. (2004). Zur Entstehung des Journals - Erinnerungen der ersten Herausgeber. *Journal für Mathematikdidaktik* **25** (3/4), 183--190.
- Weigand, H.-G. (1995). Steckt der Mathematikunterricht in der Krise? *mathematica didactica* **18** (1), 3-20.